# Probabilité Et Statistiques - Lois De Probabilités Discrètes


Aubin SIONVILLE

Télécom St Etienne 2023-2024


## Lois Usuelles

### Loi de Bernoulli : $X \sim \mathcal{B}(p)$

Épreuve de Bernoulli de paramètre $p$ (et d'échec $q = 1 - p$).

$\boxed{X(\Omega) = \{0, 1\}}$ $\boxed{P(X = k) = p^k(1 + p)^{1-k}}$ $\boxed{\forall n, E(X^n) = p}$ $\boxed{V(X) = p(1 - p)}$

### Loi Binomiale : $X \sim \mathcal{B}(n, p)$

Nombre de succès parmi $n$ épreuves de Bernoulli indépendantes de probabilité de succès $p$ (et d'échec $q = 1 - p$).

$\boxed{X(\Omega) = [\![0, n]\!]}$ $\boxed{P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}}$ $\boxed{E(X) = np}$ $\boxed{V(X) = npq}$

### Loi de Poisson : $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$

Nombre de succès rares dans un intervalle de temps fixé.

$\boxed{X(\Omega) = \mathbb{N}}$ $\boxed{P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}}$ $\boxed{E(X) = \lambda}$ $\boxed{V(X) = \lambda}$

## Stabilités par la somme

Sous réserve d'indépendance :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{B}(p_i) = \mathcal{B}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i\right)} \quad \boxed{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{B}(n_i, p) = \mathcal{B}\left(\sum_{i=1}^{n} n_i, p\right)} \quad \boxed{\sum_{i=1}^{n} \mathcal{P}(\lambda_i) = \mathcal{P}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right)}$$

# Produit de convolution

### Produit de convolution

$$\boxed{X_1 \text{ et } X_2 \text{ sont indépendantes } \implies \mathbb{P}_{X_1+X_2} = \mathbb{P}_{X_1} * \mathbb{P}_{X_2}}$$

### Produit de $\delta$ de Dirac

$$\boxed{\delta_a * \delta_b = \delta_{a+b}}$$

### Distributivité par rapport à l'addition

$$\boxed{(\mathbb{P}_{X_1} + \mathbb{P}_{X_2}) * \mathbb{P}_{X_3} = (\mathbb{P}_{X_1} * \mathbb{P}_{X_3}) + (\mathbb{P}_{X_2} * \mathbb{P}_{X_3})}$$