Probabilité Et Statistiques - Lois De Probabilités Continues

Aubin SIONVILLE

Télécom St Etienne 2023-2024

Loi uniforme

$$X \sim \mathcal{U}_{[a,b]}$$

Densité

$$\boxed{X \sim \mathcal{U}_{[a,b]} \implies f_X(x) = \frac{1}{b-a}\mathbb{1}_{[a,b]}(x)}$$

Fonction de répartition

$$\boxed{X \sim \mathcal{U}_{[a,b]} \implies F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}\mathbb{1}_{[a,b]}(x)}$$

Espérance

$$\boxed{\mathbb{E}[X] = \frac{a+b}{2}}$$

Moment d'ordre n

$$\boxed{\mathbb{E}[X^n] = \frac{1}{n+1}\frac{b^{n+1}-a^{n+1}}{b-a}}$$

Variance

$$\boxed{\mathbb{V}[X] = \frac{(b-a)^2}{12}}$$

Somme de lois uniformes

Une somme de lois uniformes est une loi triangulaire <u>pas une loi uniforme</u>.

Loi exponentielle

$$X \sim \mathcal{E}(\lambda)$$

Densité

$$\boxed{X \sim \mathcal{E}(\lambda) \implies f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x} H(x)}$$

Fonction de répartition

$$\boxed{X \sim \mathcal{E}(\lambda) \implies F_X(x) = \left(1 - e^{-\lambda x}\right) H(x)}$$

Espérance

$$\boxed{\mathbb{E}[X] = \frac{1}{\lambda}}$$

Moment d'ordre n

$$\boxed{\mathbb{E}[X^n] = \frac{n!}{\lambda^n}}$$

Variance

$$\boxed{\mathbb{V}[X] = \frac{1}{\lambda^2}}$$

Absence de mémoire

$$\boxed{\mathbb{P}(X > t + s \,|\, X > t) = \mathbb{P}(X > s)}$$

Somme de lois exponentielles

La somme de deux lois exponentielles est une loi d'Erlang, <u>pas une loi exponentielle</u>.

Loi normale

$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Densité

$$\boxed{X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \implies f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}}$$

Fonction de répartition

$$\boxed{X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \implies F_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\frac{(t-\mu)^2}{\sigma^2}} dt}$$

Espérance

$$\boxed{\mathbb{E}[X] = \mu}$$

Variance

$$\boxed{\mathbb{V}[X] = \sigma^2}$$

Moment d'ordre n

$$\boxed{\mathbb{E}[X^n] = \mu^n + n\mu^{n-1}\sigma^2 + \frac{n(n-1)}{2}\mu^{n-2}\sigma^4 + \cdots + \sigma^{2n}}$$

Produit de convolution

Soient X et Y deux v.a. réelles indépendantes. Alors $X + Y$ est une v.a. réelle et $f_{X+Y} = f_X * f_Y$