Thermodynamique

Aubin SIONVILLE

MPI Clemenceau - 2021-2023

Bases de Thermodynamique

Lois de la Thermodynamique

Premier Principe

Ecriture intégrale du premier principe :

$$\boxed{\Delta E = \Delta U + \Delta E_{\mathrm{c}} + \Delta E_{\mathrm{p}} = W + Q}$$

Ecriture infinitésimale du premier principe :

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{c}} + \mathrm{d}E_{\mathrm{p}} + \mathrm{d}U = \delta W + \delta Q$$

Second Principe

Ecriture intégrale du second principe :

$$\boxed{\Delta S \triangleq S_{\mathrm{ech}} + S_{\mathrm{cr}}}$$

Ecriture infinitésimale du second principe :

$$\mathrm{d}S = \delta S_{\mathrm{ech}} + \delta S_{\mathrm{cr}}$$

Calcul de l'entropie échangée

$$\boxed{\delta S_{\mathrm{ech}} \triangleq \frac{\delta Q}{T_{\mathrm{ext}}}}$$

$\delta S_{\mathrm{cr}} = 0 \iff$ Transformation réversible

Loi de Laplace

Si la transformation est **adiabatique** et **réversible** :

$$\boxed{PV^{\gamma} = \mathrm{Cte}} \qquad TV^{1-\gamma} = \mathrm{Cte} \qquad P^{1-\gamma}T^{\gamma} = \mathrm{Cte}$$

Enthalpie

Définition

$$\boxed{H \triangleq U + PV}$$

Enthalpie massique de changement de phase

$$l_{1\leftarrow 2} \triangleq \Delta H_{1\leftarrow 2} = H_2 - H_1$$

$$l_{vap} = H_{vap} - H_{liq}$$

Inégalité de Clausius

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0} \qquad \text{(Egal si réversible)}$$

Machines Thermiques

$$\boxed{\mathrm{perf} \triangleq \frac{|Q_{utile}|}{|Q_{depense}|}}$$

Moteur

$$\eta_{moteur} = \frac{-W}{Q_c}$$

$$\eta_{moteur} \leq \frac{T_c - T_f}{T_c} \leq 1$$

Frigo

$$e_{frigo} = \frac{-Q_f}{W} = \frac{-Q_f}{Q_f + Q_c}$$

$$e_{frigo} \leq \frac{T_f}{T_c - T_f} = e_{max}$$

Pompe à chaleur

$$e_{PAC} = -\frac{Q_c}{W} = \frac{-Q_c}{Q_f + Q_c}$$

$$e_{PAC} \leq \frac{T_c}{T_c - T_f} = e_{max}$$

Transferts Thermiques

Flux Thermique

Définition

$$\delta Q = \phi \mathrm{d}T$$

Vecteur densité de flux thermique

$$\boxed{\delta^2 Q \triangleq \vec{j_Q} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\mathrm{d}T} \qquad \phi = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}T} = \int \mathrm{d}\phi = \iint_S \vec{j_Q} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

Bilan Local d'Energie Interne

$$\boxed{\mathrm{d}^2 U = \rho c \mathrm{d}\tau \mathrm{d}T}$$

$$\boxed{\delta^2 Q_{in} - \delta^2 Q_{out} + \delta^2 Q_{interne}}$$

En géométrie quelconque :

$$\boxed{\rho \frac{\partial U}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{j_Q}) = p_v}$$

En cartésien 1D :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_Q}{\partial x} + p_v$$

En cylindrique 1D :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r j_Q) + p_v$$

En sphérique 1D :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 j_Q) + p_v$$

Conduction Thermique

Loi de Fourier

$$\boxed{\vec{j_Q} = -\lambda \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, T}$$

Equation de la Diffusion Thermique

Coefficient de diffusion thermique

$$\boxed{D_{th} \triangleq \frac{\lambda}{\rho c}}$$

En 1D :

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{p_v}{\rho c}}$$

En 3D :

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th}\Delta T + \frac{p_v}{\rho c}}$$

Conducto-Convection

Loi de Newton

$$\boxed{j_Q(interface) = h(T_{ext} - T_{int})} \qquad \boxed{\phi = hS(T_{ext} - T_{int})}$$

Resistances Thermiques

Résistance thermique de conduction

$$\boxed{R_{th} \triangleq \frac{l}{\lambda S}}$$

Résistance thermique de conducto-convection

$$\boxed{R_{th,cc} \triangleq \frac{1}{hS}}$$

Résistances en série

$$\boxed{R_{th} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n}$$

Résistances en parallèle

$$\boxed{R_{th} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}}$$

Rayonnement Thermique

Tout corps porté à une température T émet un rayonnement électromagnétique de spectre continu en longueur d'onde, se propageant dans l'espace à la vitesse que l'on nomme **rayonnement thermique** du corps.

Les différents flux

$\boxed{\text{Flux émis :}\phi_e}$ $\boxed{\text{Flux réfléchi :}\phi_r}$ $\boxed{\text{Flux absorbé :}\phi_a}$

$\boxed{\text{Flux incident :}\phi_i}$ $\boxed{\text{Flux transmis :}\phi_t}$ $\boxed{\text{Flux total partant : } \phi_p \triangleq \phi_r + \phi_e}$

Conservation de l'énergie

$$\boxed{\phi_i = \phi_r + \phi_a + \phi_t}$$

Comportements

Transparent :

$$\boxed{\phi_r = \phi_a = 0 \implies \phi_i = \phi_t}$$

Opaque :

$$\boxed{\phi_t = 0 \implies \phi_i = \phi_r + \phi_a}$$

Réfléchissant :

$$\boxed{\phi_t = \phi_a = 0 \implies \phi_i = \phi_r}$$

Corps noir :

$$\boxed{\phi_t = \phi_a = 0 \implies \phi_i = \phi_r}$$

Flux radiatif

$$\boxed{\phi_R \triangleq \phi_p - \phi_i = \phi_e - \phi_a}$$

Equilibre radiatif

$$\boxed{\phi_R = 0 \implies \phi_p = \phi_i \text{ et } \phi_e = \phi_a}$$

Densité spectrale d'énergie

Donne la contribution de chaque longueur d'onde à la densité volumique totale d'énergie.

$\omega(\lambda, T)$ (En J.m^{-4})

Densité surfacique de flux

$$\boxed{\varphi = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}S}}$$

A l'équilibre radiatif, on a $\phi_p = \phi_i$ donc on introduit le flux surfacique d'équilibre : $\varphi^\circ \triangleq \varphi_i = \varphi_p$.

Loi de Planck

$$\omega(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

Loi de Wien

$$\boxed{\lambda_m T = 3\text{mm.K}}$$

Où λ_m est le λ du max de $\omega(\lambda, T)$.

Loi de Stefan

$$\boxed{\varphi^\circ = \sigma T^4}$$

Où $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$W.m^{-2}.K^{-4}.

Fenêtre spectrale d'émission

$$\boxed{98\% \text{ de } \varphi^\circ \text{ est compris dans } \left[\frac{\lambda_m}{2}, 8\lambda_m\right]}$$

Lien avec le corps noir

Si un corps à T a une fenêtre d'absorption
$$I \supseteq \left[\frac{\lambda_m}{2}, 8\lambda_m\right],$$
avec λ_m le λ du max de $\omega(\lambda, T)$ du corps noir à T, on l'assimilera ce corps noir puis d'après les lois de Wien et de Stefan, $\varphi_e \simeq \varphi^\circ$.