

# Objets Quantiques

Aubin SIONVILLE

MPI Clemenceau - 2021-2023

## Dualité onde-corpuscule : la lumière

Constante de Planck

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

Constante de Planck réduite

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

Energie du photon

$$E = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}$$

Energie d'un objet physique

$$E^2 = (mc^2)^2 + p^2c^2$$

Energie d'un photon

$$E = pc$$

Relations de Planck-Einstein

$$p = \hbar \vec{k} = \frac{h}{\lambda} \vec{u}$$
$$E = \hbar\omega$$

## Interactions rayonnement-matière

Absorption de la lumière

$$\text{Annihilation d'un photon :}$$
$$E' = E + h\nu \quad \vec{p}' = \vec{p} + \hbar \vec{k}$$

Émission de la lumière

$$\text{Création d'un photon :}$$
$$E' = E - h\nu \quad \vec{p}' = \vec{p} - \hbar \vec{k}$$

La LED

Energie d'un photon émis

$$h\nu = E_{c,min} - E_{V,max} = E_{gap}$$

Rendement quantique

$$\eta = N_\nu / N_e$$

Puissance du flux lumineux

$$\mathcal{P} = \eta \frac{I}{e} h\nu$$

Où  $E_{gap}$  est un intervalle d'énergie interdite.

(Nb de photons émis / Nb de photons dans la bande de conduction)

(Rendement \* Intensité \* Energie d'un photon)

# Interférences

## Approche ondulatoire

On envoie une onde plane sur un biprisme, on retrouve la formule de Fresnel :

$$I(y) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{y}{i} \right) \right), \text{ où } i = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

## Approche quantique : interférences photon par photon

La probabilité de trouver le photon en  $M$  est proportionnelle à la puissance lumineuse en  $M$ , et donc :

$$P(M, t) \propto |\underline{E}(M, t)|^2$$

## Dualité onde-corpuscule : la matière

### Relations de Broglie

On associe à chaque corps d'énergie  $E$  et de quantité de mouvement  $p$  une onde de fréquence  $\nu_{dB}$  et de longueur d'onde  $\lambda_{dB}$  :

$$\nu_{dB} = \frac{E}{h} \quad \text{et} \quad \lambda_{dB} = \frac{h}{p}$$

Attention :  $E \neq pc$  car  $m \neq 0$  et  $\nu_{dB} \neq \frac{c}{\lambda_{dB}}$ .

## Principe de complémentarité de Bohr

Les aspects corpusculaires et ondulatoires de la lumière et de la matière sont deux représentations complémentaires d'une seule et même chose.

Il n'existe pas de description classique cohérente en termes exclusivement d'ondes ou exclusivement de particules permettant d'interpréter l'ensemble des phénomènes observés.

## Description d'un objet quantique

### Fonction d'onde

La probabilité de trouver un quanton dans le volume  $d\tau$  autour de  $M$  à l'instant  $t$  est lié à la fonction d'onde  $\psi$  par :

$$dP = |\underline{\psi}(M, t)|^2 d\tau$$

$|\underline{\psi}(M, t)|^2$  est appelé densité de probabilité. et  $\underline{\psi}(M, t)$  est appelé amplitude de probabilité.

## Conditions de normalisation

Il faut que la probabilité de trouver le quanton dans l'espace soit égale à 1 :

$$\int_{\mathcal{D}} |\underline{\psi}(M, t)|^2 d\tau = 1$$

## Principe de superposition

On revient à l'expérience du biprisme :

On note alors  $\underline{\psi}(M, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underline{\psi}_1(M, t) + \underline{\psi}_2(M, t))$  pour assurer la normalisation et on obtient une formule de type

Formule de Fresnel :

$$dP = \frac{1}{2} \left( |\underline{\psi}_1|^2 + |\underline{\psi}_2|^2 + 2|\underline{\psi}_1||\underline{\psi}_2| \cos(\phi_2 - \phi_1) \right) d\tau$$

## Inégalités d'Heisenberg

### Indétermination de la position et de la vitesse

On fait passer des quantons à travers une fente de largeur  $a$ , qui ressortent dans un cône de demi-angle  $\theta$ .

On localise la fonction d'onde grâce à la fente, donc en diminuant  $a$ , on a plus de précision sur la position en aval de la fente :

$$\Delta x \simeq a$$

Mais si  $a$  diminue,  $\theta$  augmente, donc on a moins de précision sur la composante  $p_x$  (parallèle à la fente) de sa quantité de mouvement :

$$\Delta p_x \Delta x \simeq h$$

### Inégalités spatiales d'Heisenberg

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Cette inégalité est valable pour toutes les directions spatiales.

Ceci est parfois appelé Principe d'incertitude.

Comme on ne peut pas mesurer la position et la vitesse d'un objet à la fois, la trajectoire n'a pas de sens en mécanique quantique.

## Critères quantiques

### Longueur d'onde de Broglie

On rappelle que  $\lambda_{dB} = \frac{h}{p}$ , donc :

$$\begin{aligned} d \gg \lambda_{dB} &\implies \text{Physique classique} \\ d \ll \lambda_{dB} &\implies \text{Physique quantique} \end{aligned}$$

### Action caractéristique

On appelle action  $\mathcal{A} = mvd$ , alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} \gg \hbar &\implies \text{Physique classique} \\ \mathcal{A} \ll \hbar &\implies \text{Physique quantique} \end{aligned}$$