Électrostatique

Aubin SIONVILLE

MPI Clemenceau - 2021-2023

Champ électrique

Loi de Coulomb

$$\boxed{\overrightarrow{F_{el}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{e_r}}$$

Permittivité diéléctrique du vide

$$\boxed{\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}\,\mathrm{F.m^{-1}}}$$

Champ d'une charge ponctuelle

$$\boxed{\overrightarrow{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 OM^3}\overrightarrow{OM}}$$

Champ d'une distribution de charges

$$\boxed{\overrightarrow{E} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^3}\overrightarrow{r_i}}$$

Champ créé par un fil

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \int_l \frac{\sigma(P)\mathrm{d}\ell}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}\overrightarrow{PM}}$$

Densité linéique de charges

$$\boxed{Q = \int_l \lambda(P)\mathrm{d}\ell}$$

Champ créé par une surface

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \iint_S \frac{\sigma(P)\mathrm{d}S}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}\overrightarrow{PM}}$$

Densité surfacique de charges

$$\boxed{Q = \iint_S \sigma(P)\mathrm{d}S}$$

Champ créé par un volume

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \iint_V \frac{\rho(P)\mathrm{d}\tau}{4\pi\varepsilon_0 PM^3}\overrightarrow{PM}}$$

Densité volumique de charges

$$\boxed{Q = \iint_V \rho(P)\mathrm{d}\tau}$$

Un plan de symétrie des charges est un plan de symétrie du champ électrique

Un plan d'antisymétrie des charges est un plan d'antisymétrie du champ électrique

Méthode : calculer le champ créé par un objet

- **1.** Trouver les plans de symétrie et d'antisymétrie des charges
- **2.** Trouver les invariants de la distribution de charges
- **3.** Calculer le flux en utilisant le théorème de Gauss
- **4.** En se plaçant dans puis hors de l'objet, calculer le champ créé par l'objet

Potentiel électrostatique

Potentiel d'une charge ponctuelle

$$\boxed{V(M) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 OM} + \text{Cst}}$$

Potentiel d'une distribution de charges

$$\boxed{V(M) = \sum_i \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 P_i M}}$$

Energie potentielle d'une charge ponctuelle

$$\boxed{\mathcal{E}_{el}(M) = qV(M)}$$

Champ et potentiel électrostatique

$$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V}$$

Condensateur

$$\boxed{C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{Q_2}{V_2 - V_1}}$$

Capacité condensateur plan

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}}$$

Champ créé par un condensateur plan

Nul entre les armatures

Somme des deux champs créés par les plaques en dehors

Formules importantes

Théorème de Gauss

$$\boxed{\oiint_S \vec{E}(M) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

Equation de Maxwell-Gauss

$$\boxed{\text{div}\vec{E}(M) = \frac{\rho(M)}{\varepsilon_0}}$$

Equation de Maxwell-Faraday en régime stationnaire

$$\boxed{\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \vec{0}}$$

Equation de Poisson

$$\boxed{\text{div}\vec{E}(M) = -\frac{\rho(M)}{\varepsilon_0}}$$

Equation de Laplace (dans le vide)

$$\boxed{\Delta V(M) = 0}$$

Dipôle électrostatique

Dipôle électrostatique : 2 charges $N : -q$ et $P : +q$ séparées par une distance a.

Moment dipolaire

$$\boxed{\vec{p} = q\overrightarrow{NP}}$$

Potentiel créé par un dipôle

$$\boxed{V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{PM} - \frac{1}{NM}\right)}$$

Potentiel dans l'approximation dipolaire

θ : angle NOM, r : distance OM

$$\boxed{V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a\cos\theta}{r^2} = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}}$$

Champ créé par un dipôle

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[r(\vec{p}\cdot\vec{e_r})\vec{e_r} - \vec{p}\right] = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_r} + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e_\theta}}$$

Dipôle électrostatique dans un champ uniforme

Un dipôle électrostatique plongé dans un champ uniforme est soumis à un couple qui le fait s'aligner avec le champ :

$$\boxed{\overrightarrow{M_O} = \vec{p} \wedge \overrightarrow{E_{\text{ext}}}}$$

Un dipôle électrostatique plongé dans un champ uniforme a une énergie potentielle électrostatique :

$$\boxed{\mathcal{E}_{p,el} = -\vec{p}\cdot\overrightarrow{E_{\text{ext}}}}$$

Dipôle électrostatique dans un champ non uniforme

Ordre 1 : Moment qui fait s'aligner le dipôle avec le champ :

$$\boxed{\overrightarrow{M_O} = \vec{p} \wedge \overrightarrow{E_{\text{ext}}}}$$

Ordre 2 : Force qui le fait aller vers les zones de champ fort :

$$\boxed{\vec{F} = (\vec{p}\cdot\overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{E_{\text{ext}}}}$$