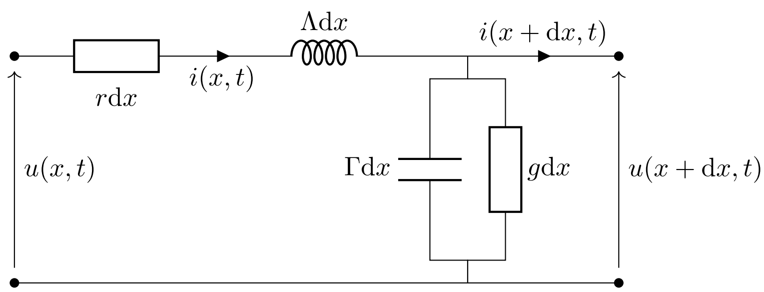
Absorption et Dispersion des Ondes

Aubin SIONVILLE

MPI Clemenceau - 2021-2023

Câble coaxial avec pertes

Circuit



Equation des télégraphistes

Équation vérifié par u dans le circuit ci-dessus /

$$\boxed{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \Lambda\Gamma\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (g\Lambda + r\Gamma)\frac{\partial u}{\partial t} - gru = 0}$$

Avec $\boxed{\tau = \dfrac{\Lambda\Gamma}{\Lambda g + \Gamma r}}$, $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\dfrac{rg}{\Lambda\Gamma}}}$ et $\boxed{c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\Lambda\Gamma}}}$:

$$\boxed{\underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_0^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}_{\text{D'Alembert}} \underbrace{-\frac{1}{\tau}\frac{\partial u}{\partial t} - \omega_0^2 u}_{\text{Pertes}} = 0}$$

Relation de dispersion du câble coaxial avec pertes

$$\boxed{k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{c_0^2} - j\frac{\omega}{\tau c_0^2}}$$

Vecteur d'onde

$$\boxed{\underline{k}(\omega) = k_r(\omega) + jk_i(\omega)}$$

Vitesse de phase

$$\boxed{v_\varphi \triangleq \frac{\omega}{k_r}}$$

Dispersion ?

Un milieu est <u>dispersif</u> si v_φ dépend de la fréquence

Amortissement

($k_i < 0$ pour propagation selon $+\overrightarrow{e_x}$)

$$\boxed{\delta = \frac{1}{|k_i|}}$$

Absorption?

Si $k_i \neq 0$ alors il y a absorption
Plus rarement, il peut y avoir amplification

Forme complète de l'onde

$$\boxed{\begin{aligned}\psi(x,t) &= \psi_0 e^{-\frac{x}{\delta}}\cos(\omega t - k_r x + \varphi)\\ &= \psi_0 e^{-\frac{x}{\delta}}\cos\left[\omega\left(t - \tfrac{x}{v_\varphi}\right) + \varphi\right]\end{aligned}}$$